Diseño de experimentos

Exámen de semana 03

Kevin Heberth Haquehua Apaza

24 de setiembre del 2025

Table de Contenidos

[DISEÑO FACTORIAL 2^3 1](#_Toc209605069)

[EJEMPLO: EFECTOS DE VELOCIDAD DE CORTE 1](#_Toc209605070)

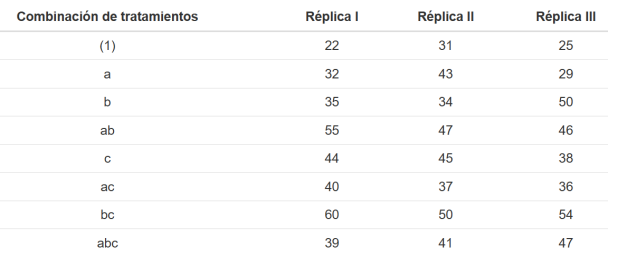
[Preguntas 1](#_Toc209605071)

[Solución 2](#_Toc209605072)

# DISEÑO FACTORIAL 2^3

## EJEMPLO: EFECTOS DE VELOCIDAD DE CORTE

Un ingeniero está interesado en los efectos de la velocidad de corte (A), la geometría de la herramienta (B) y el ángulo de corte (C) sobre la vida (en horas) de una máquina herramienta. Se eligen dos niveles de cada factor y se corren 3 réplicas de un diseño factorial . Los resultados fueron los siguientes:



Realizar el análisis estadístico del experimento.

### Preguntas

1. Hallar el efecto de cada factor y de la interacción (realizar alguna explicación o interpretación).
2. Desarrolla e interpreta el análisis de varianza (con sus respectivas pruebas de hipótesis).
3. Genera el modelo de regresión para verificar cumplimiento de supuestos.
4. Comprueba los supuestos.
5. Indique cual seria el modelo de regresión y grafique una superficie de respuesta.

### Solución

1. **Hallar el efecto de cada factor y de la interacción (realizar alguna explicación o interpretación).**

Se muestran las 8 combinaciones con las letras minúsculas: “(1), a, b, ab, c, ac, bc, abc”, repliquemos los datos en el R

y<-c(22, 32, 35, 55, 44, 40, 60, 39, 31, 43, 34, 47, 45, 37, 50, 41, 25, 29, 50, 46, 38, 36, 54, 47)  
A<-rep(c(-1,1),12)  
B<-rep(c(rep(-1,2),rep(1,2)),6)  
C<-rep(c(rep(-1,4),rep(1,4)),3)

Ahora realizamos las diferentes interacciones

AB <- A\*B  
BC <- B\*C  
AC <- A\*C  
ABC <- A\*B\*C

**Veamos el efecto de A**

ypA<-tapply(y,A,mean)  
ypA

## -1 1   
## 40.66667 41.00000

Aefe<-ypA[2]-ypA[1]  
Aefe

## 1   
## 0.3333333

El efecto de A (velocidad de corte) es positivo y pequeño, esto indica que al incrementar la velocidad de corte, se incrementará la vida de la máquina pero no de una gran manera.

**Veamos el efecto de B**

ypB<-tapply(y,B,mean)  
ypB

## -1 1   
## 35.16667 46.50000

Befe<-ypB[2]-ypB[1]  
Befe

## 1   
## 11.33333

El efecto de B (geometría de la herramienta) es positivo y grande, esto indica que al incrementar la geometría de la herramienta, se incrementará la vida de la máquina de gran manera.

**Veamos el efecto de C**

ypC<-tapply(y,C,mean)  
ypC

## -1 1   
## 37.41667 44.25000

Cefe<-ypC[2]-ypC[1]  
Cefe

## 1   
## 6.833333

El efecto de C (ángulo de corte) es positivo y grande, esto indica que al incrementar el ángulo de corte, se incrementará la vida de la máquina de gran manera.

**Veamos el efecto de la interacción AB**

ypAB<-tapply(y,AB,mean)  
ypAB

## -1 1   
## 41.66667 40.00000

ABefe<-ypAB[2]-ypAB[1]  
ABefe

## 1   
## -1.666667

El efecto de la interacción AB (velocidad de corte y geometría de la herramiennta) es negativo y pequeño, esto indica que la interacción entre la velocidad de corte y geometría de la herramienta, disminuirá la vida de la máquina de forma no tan grande.

**Veamos el efecto de la interacción AC**

ypAC<-tapply(y,AC,mean)  
ypAC

## -1 1   
## 45.25000 36.41667

ACefe<-ypAC[2]-ypAC[1]  
ACefe

## 1   
## -8.833333

El efecto de la interacción AB (velocidad de corte y ángulo de corte) es negativo y grande, esto indica que la interacción entre la velocidad de corte y el ángulo de corte, disminuirá la vida de la máquina de gran manera.

**Veamos el efecto de la interacción BC**

ypBC<-tapply(y,BC,mean)  
ypBC

## -1 1   
## 42.25000 39.41667

BCefe<-ypBC[2]-ypBC[1]  
BCefe

## 1   
## -2.833333

El efecto de la interacción BC (geometría de la herramienta y ángulo de corte) es negativo y regular, esto indica que la interacción entre la geometría de la herramienta y el ángulo de corte, disminuirá la vida de la máquina.

**Veamos el efecto de la interacción ABC**

ypABC<-tapply(y,ABC,mean)  
ypABC

## -1 1   
## 41.91667 39.75000

ABCefe<-ypABC[2]-ypABC[1]  
ABCefe

## 1   
## -2.166667

El efecto de la interacción ABC (velocidad de corte, geometría de la herramienta y ángulo de corte) es negativo y regular, esto indica que la interacción entre la velocidad de corte con la geometría de la herramienta y el ángulo de corte, disminuirá la vida de la máquina.

1. **Desarrolla e interpreta el análisis de varianza (con sus respectivas pruebas de hipótesis).**

Obtenemos el modelo

mod<-lm(y~A+B+C+ A\*B+A\*C+B\*C + A\*B\*C)  
summary(mod)

##   
## Call:  
## lm(formula = y ~ A + B + C + A \* B + A \* C + B \* C + A \* B \*   
## C)  
##   
## Residuals:  
## Min 1Q Median 3Q Max   
## -5.667 -3.500 -1.167 3.167 10.333   
##   
## Coefficients:  
## Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
## (Intercept) 40.8333 1.1211 36.421 < 2e-16 \*\*\*  
## A 0.1667 1.1211 0.149 0.883680   
## B 5.6667 1.1211 5.054 0.000117 \*\*\*  
## C 3.4167 1.1211 3.048 0.007679 \*\*   
## A:B -0.8333 1.1211 -0.743 0.468078   
## A:C -4.4167 1.1211 -3.939 0.001172 \*\*   
## B:C -1.4167 1.1211 -1.264 0.224475   
## A:B:C -1.0833 1.1211 -0.966 0.348282   
## ---  
## Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
##   
## Residual standard error: 5.492 on 16 degrees of freedom  
## Multiple R-squared: 0.7696, Adjusted R-squared: 0.6689   
## F-statistic: 7.637 on 7 and 16 DF, p-value: 0.0003977

Se observa en el resumen que se obtienen una significancia en relación a los efectos descritos anteriormente: Influencia del efecto B, C y AC.

Realizemos la suma de cuadrados y ANOVA correspondiente

# sumas de cuadrados y ANVA  
anva<-aov(mod)  
summary(anva)

## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)   
## A 1 0.7 0.7 0.022 0.883680   
## B 1 770.7 770.7 25.547 0.000117 \*\*\*  
## C 1 280.2 280.2 9.287 0.007679 \*\*   
## A:B 1 16.7 16.7 0.552 0.468078   
## A:C 1 468.2 468.2 15.519 0.001172 \*\*   
## B:C 1 48.2 48.2 1.597 0.224475   
## A:B:C 1 28.2 28.2 0.934 0.348282   
## Residuals 16 482.7 30.2   
## ---  
## Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Nos planteamos las siguientes hipótesis:

**Hipótesis sobre la interacción general**

No existe efecto significativo de la interacción en la vida de la máquina

Existe efecto significativo de la interacción en la vida de la máquina

no se rechaza

**Conclusión:** No existe un efecto significativo en las interacciones con respecto a la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre la interacción entre A y B**

No existe efecto significativo de la interacción entre la velocidad de corte y geometría de la herramienta

Existe efecto significativo de la interacción entre la velocidad de corte y geometría de la herramienta

no se rechaza

**Conclusión:** No existe un efecto significativo en la interacción de la velocidads de corte y geometría de la herramienta con respecto a la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre la interacción entre A y C**

No existe efecto significativo de la interacción entre la velocidad de corte y ángulo de corte

Existe efecto significativo de la interacción entre la velocidad de corte y ángulo de corte

se rechaza

**Conclusión:** Existe un efecto significativo en la interacción de la velocidad de corte y ángulo de corte con respecto a la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre la interacción entre B y C**

No existe efecto significativo de la interacción entre la geometría de la herramienta y ángulo de corte

Existe efecto significativo de la interacción entre la geometría de la herramienta y ángulo de corte

no se rechaza

**Conclusión:** No existe un efecto significativo en la interacción de la geometría de la herramienta y ángulo de corte con respecto a la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre el efecto del factor A**

No existe efecto significativo del factor velocidad de corte sobre la vida de la máquina

Existe efecto significativo del factor velocidad de corte sobre la vida de la máquina

no se rechaza

**Conclusión:** No existe un efecto significativo del factor velocidad de corte sobre la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre el efecto del factor B**

No existe efecto significativo del factor geometría de la herramienta sobre la vida de la máquina

Existe efecto significativo del factor geometría de la herramienta sobre la vida de la máquina

se rechaza

**Conclusión:** Existe un efecto significativo del factor geometría de la herramienta sobre la vida de la máquina.

**Hipótesis sobre el efecto del factor C**

No existe efecto significativo del factor ángulo de corte sobre la vida de la máquina

Existe efecto significativo del factor ángulo de corte sobre la vida de la máquina

se rechaza

**Conclusión:** Existe un efecto significativo del factor ángulo de corte sobre la vida de la máquina.

1. **Genera el modelo de regresión para verificar cumplimiento de supuestos.**

El modelo de regresión que se considera para realizar el chequeo de supuesto está dado por

Donde:

* si la velocidad de corte es 40.67, caso contrario si la velocidad de corte es 41
* si la geometría de la herramienta es 35.17, caso contrario si la geometría de la herramienta es 46.5
* si el ángulo de corte es 37.42, caso contrario si el ángulo de corte es 44.25

El modelo estaría expresado de la siguiente forma

mod1<-lm(y~B+C+A\*C)  
summary(mod1)

##   
## Call:  
## lm(formula = y ~ B + C + A \* C)  
##   
## Residuals:  
## Min 1Q Median 3Q Max   
## -7.3333 -4.3750 -0.4167 2.9583 11.5000   
##   
## Coefficients:  
## Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
## (Intercept) 40.8333 1.1236 36.342 < 2e-16 \*\*\*  
## B 5.6667 1.1236 5.043 7.22e-05 \*\*\*  
## C 3.4167 1.1236 3.041 0.006724 \*\*   
## A 0.1667 1.1236 0.148 0.883641   
## C:A -4.4167 1.1236 -3.931 0.000897 \*\*\*  
## ---  
## Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
##   
## Residual standard error: 5.504 on 19 degrees of freedom  
## Multiple R-squared: 0.7253, Adjusted R-squared: 0.6674   
## F-statistic: 12.54 on 4 and 19 DF, p-value: 3.688e-05

El cual el modelo de regresión generado sería el siguiente

Hallemos los errores para realizar los respectivos supuestos posteriores

CME<-deviance(mod1)/df.residual(mod1)  
beta1<-coefficients(mod1)  
I<-rep(1,length(y))  
X<-cbind(I,B,C,A,AC)  
yest<-X%\*%beta1  
e<- y-yest  
e

## [,1]  
## [1,] -5.1666667  
## [2,] -4.3333333  
## [3,] -3.5000000  
## [4,] 7.3333333  
## [5,] 1.1666667  
## [6,] 5.6666667  
## [7,] 5.8333333  
## [8,] -6.6666667  
## [9,] 3.8333333  
## [10,] 6.6666667  
## [11,] -4.5000000  
## [12,] -0.6666667  
## [13,] 2.1666667  
## [14,] 2.6666667  
## [15,] -4.1666667  
## [16,] -4.6666667  
## [17,] -2.1666667  
## [18,] -7.3333333  
## [19,] 11.5000000  
## [20,] -1.6666667  
## [21,] -4.8333333  
## [22,] 1.6666667  
## [23,] -0.1666667  
## [24,] 1.3333333

H<-X%\*%solve(t(X)%\*%X)%\*%t(X)  
ri<-e/sqrt(CME\*(1-diag(H)))  
ri

## [,1]  
## [1,] -1.05494671  
## [2,] -0.88479402  
## [3,] -0.71464132  
## [4,] 1.49734372  
## [5,] 0.23821377  
## [6,] 1.15703833  
## [7,] 1.19106887  
## [8,] -1.36122156  
## [9,] 0.78270240  
## [10,] 1.36122156  
## [11,] -0.91882456  
## [12,] -0.13612216  
## [13,] 0.44239701  
## [14,] 0.54448863  
## [15,] -0.85076348  
## [16,] -0.95285509  
## [17,] -0.44239701  
## [18,] -1.49734372  
## [19,] 2.34810720  
## [20,] -0.34030539  
## [21,] -0.98688563  
## [22,] 0.34030539  
## [23,] -0.03403054  
## [24,] 0.27224431

H<-X%\*%solve(t(X)%\*%X)%\*%t(X)  
ri<-e/sqrt(CME\*(1-diag(H)))  
ri

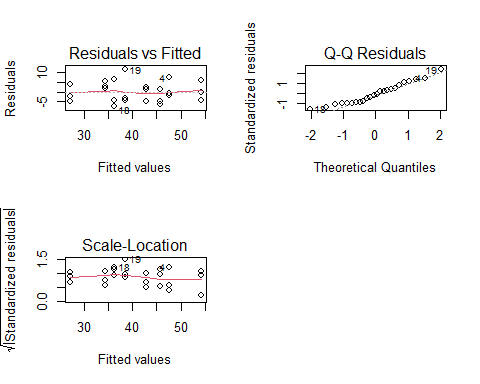
## [,1]  
## [1,] -1.05494671  
## [2,] -0.88479402  
## [3,] -0.71464132  
## [4,] 1.49734372  
## [5,] 0.23821377  
## [6,] 1.15703833  
## [7,] 1.19106887  
## [8,] -1.36122156  
## [9,] 0.78270240  
## [10,] 1.36122156  
## [11,] -0.91882456  
## [12,] -0.13612216  
## [13,] 0.44239701  
## [14,] 0.54448863  
## [15,] -0.85076348  
## [16,] -0.95285509  
## [17,] -0.44239701  
## [18,] -1.49734372  
## [19,] 2.34810720  
## [20,] -0.34030539  
## [21,] -0.98688563  
## [22,] 0.34030539  
## [23,] -0.03403054  
## [24,] 0.27224431

1. **Comprueba los supuestos.**

Veamos un gráfico general de los supuestos

par(mfrow=c(2,2))  
plot(mod1)

## hat values (leverages) are all = 0.2083333  
## and there are no factor predictors; no plot no. 5



Se observa que la varianza se mantiene igual indicando que se observa homogeneidad de varianzas y asi mismo también se observa una normalidad en el QQ plot, realizemos los supuestos para corroborar estas hipótesis.

**Supuesto de Normalidad de Residuos**

Nos planteamos la hipótesis

Los residuos tienen distribución normal

Los residuos no tienen distribución normal

ri<-rstandard(mod1)  
shapiro.test(ri)

##   
## Shapiro-Wilk normality test  
##   
## data: ri  
## W = 0.953, p-value = 0.3143

library(nortest)  
ad.test(ri)

##   
## Anderson-Darling normality test  
##   
## data: ri  
## A = 0.40199, p-value = 0.3323

**Conclusión:** se observa que en la prueba de Shapiro Wilk y Anderson Darling se tienen un por lo que no se rechaza en el que se concluye que los residuos tienen una distribución normal.

**Supuesto de Varianza constante**

Nos planteamos la hipótesis

La varianza es constante (homogeneidad de varianzas)

La varianza no es constante (no homogeneidad de varianzas)

library(car)

## Loading required package: carData

ncvTest(mod1)

## Non-constant Variance Score Test   
## Variance formula: ~ fitted.values   
## Chisquare = 0.07052264, Df = 1, p = 0.79058

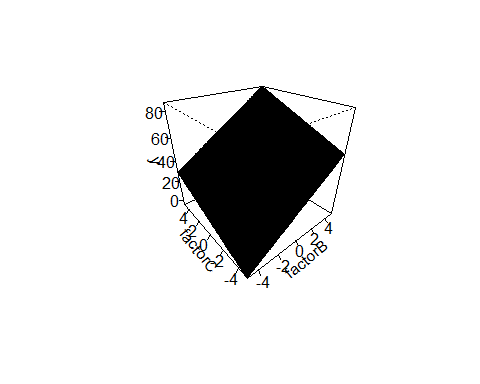
**Conclusión:** se observa que en la prueba de Breusch Pagan se tienen un por lo que no se rechaza en el que se concluye que se cumple el supuesto de homogeneidad.

1. **Indique cual seria el modelo de regresión y grafique una superficie de respuesta.**

Volvamos a traer el modelo de regresión y generemos el gráfico de superficie.

**FACTOR B y C**

modBC<-function(x2,x3){40.83+5.67\*x2+3.42\*x3}  
x2<-seq(-5,5,0.05)  
x3<-seq(-5,5,0.05)  
z<-outer(x2,x3,modBC)  
par(mfrow=c(1,1))  
persp(x2,x3,z,theta=-40,phi=30,ticktype="detailed",  
 xlab="factorB",  
 ylab="factorC",   
 zlab="y")



En el que se observa que la menor vida se encuentran en niveles bajos de B y C